



研究与开发

基于凸组合的联合 RSS-AOA 定位方法

王奇^{1,2,3}, 陈辉^{1,2,3}, 齐思佳^{1,2,3}

- (1. 西安石油大学电子工程学院, 陕西 西安 710065;
2. 西安市油气及新能源开发装备智能化重点实验室, 陕西 西安 710065;
3. 中海油集团测井与定向钻井重点实验室定向钻井分室, 陕西 西安 710065)

摘 要: 针对无线传感器网络中的联合接收信号强度 (received signal strength, RSS) 和到达角度 (angle of arrival, AOA) 定位问题, 提出一种全新的凸组合定位方法。该方法使用某些特定点 (称为虚拟点) 的凸组合来估计目标点的位置。提出了基于二次约束二次规划 (quadratically constrained quadratic programming, QCQP) 和半正定规划 (semidefinite programming, SDP) 两种虚拟点构造方法。在此基础上, 将目标定位的极大似然 (maximum likelihood, ML) 估计问题进行凸化, 得到组合系数, 进一步得到目标定位结果。数值实验表明, 所提出的凸组合方法比文献中的几种定位方法具有更高的精度, 特别是相对于线性最小二乘 (linear least squares, LLS) 方法, 精度最高提升约 40%。此外, 其定位结果可以作为 ML 估计方法的初始化, 进一步提升定位性能。

关键词: AOA; RSS; 无线定位; 凸组合

中图分类号: TP393

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2025147

A combined RSS-AOA localization method based on convex combination

WANG Qi^{1,2,3}, CHEN Hui^{1,2,3}, QI Sijia^{1,2,3}

1. School of Electronic Engineering, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China
2. Xi'an Key Laboratory of Intelligent Equipment Development for Oil, Gas and Renewable Energy, Xi'an 710065, China
3. Directional Drilling Laboratory of CNOOC Key Laboratory of Well Logging and Directional Drilling, Xi'an 710065, China

收稿日期: 2025-03-06; 修回日期: 2025-05-26

通信作者: 王奇, wangqi@xsyu.edu.cn

基金项目: 国家重点研发计划项目 (No.2023YFC2810902); 陕西省自然科学基金基础研究计划项目 (No.2025JC-YBMS-775); 陕西省教育厅科研计划项目 (No.23JP128); 陕西秦创原“科学家+工程师”团队项目 (No.2022KXJ-125); 陕西高校青年创新团队项目 (No.2022-ZNDXZJ); 西安石油大学科研创新团队项目 (No.2022KYCXTD01)

Foundation Items: The National Key Research and Development Program of China (No.2023YFC2810902), The Natural Science Basic Research Plan in Shaanxi Province of China (No.2025JC-YBMS-775), The Shaanxi Provincial Department of Education Research Project (No.23JP128), The Shaanxi Qin Chuangyuan “Scientist + Engineer” Team Project (No.2022KXJ-125), The Shaanxi University Youth Innovation Team Project (No.2022-ZNDXZJ), The Research and Innovation Team Project of Xi'an Shiyou University (No.2022KYCXTD01)



Abstract: Aiming at the problem of the combined received signal strength (RSS)-angle of arrival (AOA) localization in wireless sensor networks, a new convex combination positioning method was proposed. This method estimated the target's location by using a convex combination of several specific points, called virtual points. Two methods were provided to construct the virtual points, which employ quadratically constrained quadratic programming (QCQP) and semidefinite programming (SDP). On basis of this, the nonconvex problems with respect to the maximum likelihood (ML) estimation of the target location were converted to be convex, and the combination coefficients were obtained. Then the target was localized. Numerical examples demonstrate the better accuracy of the proposed method than several existing methods in the literature. Especially, the proposed method outperforms the linear least squares method by approximately 40%. Besides, its localization result can serve as a good initialization for the ML method to refine the localization performance.

Key words: AOA, RSS, wireless localization, convex combination

0 引言

近年来,无线传感器网络被广泛应用于多个领域,如应急服务、目标跟踪和智能交通等^[1-2]。在这些应用中,传感器节点的位置信息是不可或缺的。例如,在报警系统中,只有知道传感器节点的具体位置,才能准确报告紧急情况的发生地点,从而实现及时救援。然而,为每个传感器节点配备全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)设备的成本高昂,特别是对于大规模的传感器网络而言。此外,GNSS在室内环境使用时,通常会因卫星信号变弱或消失而定位系统失效,如在地下停车场等场景中^[3-4]。针对此,近年来无线定位技术得到了广泛研究,其具有成本更低和易于实现的特点,对许多应用需求而言更具优势。在传感器网络中,传感器节点可分为目标节点(也称“盲节点”)和锚节点(也称“参考节点”)^[5]。目标节点的位置是未知的,而锚节点的位置是已知的。通常,锚节点的位置可通过GNSS设备获得,而目标节点的位置则需要通过定位方法来获得。

现有的无线定位技术研究已经提出了众多定位方法,这些方法根据无线信号的不同物理特征可被划分为不同类型,包括基于信号到达时间(time of arrival, TOA)、基于到达时间差

(time difference of arrival, TDOA)、基于到达角度(angle of arrival, AOA)、基于接收信号强度(received signal strength, RSS)等^[6-9]。其中,基于AOA和基于RSS的方法受到更多关注,因为它们避免了TOA定位或TDOA定位中的时钟同步问题。此外,AOA定位具有角度测量容易获取、系统结构简单的优点,RSS定位具有低成本、易于实施的优点。与此同时,联合RSS-AOA定位近些年也得到了进一步研究,它结合了RSS定位和AOA定位方法的优点^[10-11]。由于同时利用了目标的距离和角度信息,联合定位通常比单一的AOA定位或RSS定位能提供更高的定位精度。

在AOA定位中,首先采集目标相对于每个锚节点的角度量测,然后利用这些量测和锚节点的位置实现目标定位。传统的AOA定位方法主要包含极大似然(maximum likelihood, ML)估计方法和最小二乘(least squares, LS)估计方法。由于AOA量测函数是非凸的,因此ML估计方法需要求解非凸问题。LLS估计方法虽然避免了非凸问题且具有闭式解,但精度有限^[12]。文献[13]提出了一种凸组合方法,使用一些点的凸组合来定位目标。对于RSS定位,文献中也有很多相关定位方法^[14]。类似于AOA定位,ML估计方法和LS估计方法也可应用于RSS定位

中。然而，由于 RSS 量测函数也是非凸的，因此，这两类方法也存在全局最优解求解困难的问题。近年来，基于优化的方法在 RSS 定位中得到广泛应用，如半正定规划（semidefinite programming, SDP）、二阶锥规划和二次约束二次规划（quadratically constrained quadratic programming, QCQP）^[15]，这些方法通常源于 ML 估计准则，将相应的非凸问题转化为凸问题，从而获得全局最优解，而且定位精度往往很高。在 AOA 定位和 RSS 定位的基础上，一些联合 RSS-AOA 定位方法也相继被提出^[16-17]，如线性最小二乘（linear least squares, LLS）估计方法和 SDP 方法等，这些方法在一定程度上借鉴了 AOA 定位和 RSS 定位方法中的思想。文献[11]提出了一种联合 RSS-AOA 定位的 SDP 方法，该方法将基于 ML 估计的优化问题分解为两部分，其中 AOA 部分的角度量被近似为距离相关量，而对 RSS 部分则使用了泰勒级数展开和松弛技术。文献[18]基于信号协方差信息提出了一种联合定位的 LLS 估计方法。文献[19]研究了基于联合 RSS-AOA 量测的非协作和协作定位方法，使用 SDP 松弛技术，将基于 LS 估计准则的非凸估计问题转化为凸问题。

本文针对联合 RSS-AOA 定位提出一种凸组合方法，该方法的思想源于文献[13]中的 AOA 定位技术，其中目标位置估计是通过多个虚拟点的凸组合来表示的。实验结果表明，该方法在准确性和计算速度方面相较于现有的一些方法表现出一定优势。同时，该方法的实现依赖于虚拟点及其对应的组合系数。由于每个量测都可以确定一个区域，使得目标以一定概率落在相应区域内。因此，对于所有量测而言，目标最有可能处于所有区域相交部分。然而，当某些量测含有较大噪声时，所有区域可能无法形成共同相交部分。为了处理这类问题，在文献[13]中，如果某量测对应的区域没有与其他区域相交，则舍弃该量

测，即在定位过程中不采用该量测。显然，即使量测含有较大噪声，它仍然包含有关目标位置的一些有用信息。受此启发，本文在原有凸组合思想的基础上，针对联合 RSS-AOA 定位提出了一种新的凸组合定位方法，该方法能保证所有量测信息在定位过程中得到充分利用。首先，构建了一个 QCQP 或 SDP 优化问题，其约束条件能保证目标位于所有量测对应的区域内，且目标函数能使相交区域尽可能小。其次，基于 QCQP 或 SDP 问题的解，得到覆盖目标点的一个凸包及对应的虚拟点。最后，通过求解一个凸的带约束的 LS 估计问题，得到目标的最终定位结果。本文的主要贡献和创新点总结如下。

(1) 本文将凸组合定位思想推广至联合 RSS-AOA 定位，并证明了该方法的合理性。

(2) 本文提出了基于 QCQP 和 SDP 优化技术的虚拟点构造方法，确保所有量测信息得到充分利用，并通过仿真实验验证了所提联合 RSS-AOA 定位方法的良好定位性能，该方法相较于现有文献中的一些定位方法具有明显的优势。

1 凸组合定位理论

假设传感器网络由 1 个目标点和 n 个锚节点组成。锚节点的位置已知，记为 $\mathbf{x}_i=[x_i, y_i]$, $i=1, \dots, n$ ，目标点的未知位置记为 $\mathbf{x}_t=[x_t, y_t]$ 。在联合 RSS-AOA 定位中，每个锚节点能同时采集关于目标点的 AOA 和 RSS 量测，其模型^[20]如下所示。

$$\begin{cases} z_j^a = \arctan\left(\frac{y_t - y_j}{x_t - x_j}\right) + v_j \\ z_j^r = P_0 - 10\beta \lg \frac{d_j(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j)}{d_0} + n_j \end{cases} \quad (1)$$

其中， z_j^a 和 z_j^r 分别表示锚节点 j 对应的 AOA 和 RSS 量测， v_j 和 n_j 均为独立同分布的零均值高斯随机噪声，方差分别为 σ_a^2 和 σ_r^2 ， P_0 为参考距离 d_0 处的信号参考功率（通常假设 $d_0=1$ ）， β 为路



径损耗指数, $d_j(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j)$ 表示目标节点与锚节点 j 之间的真实距离。假设 P_0 和 β 已知。

定义一个向量函数:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j) = [\theta(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j), p(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j)]^T \quad (2)$$

其中, $\theta(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j) = \arctan\left(\frac{y_t - y_j}{x_t - x_j}\right)$ 表示无噪声的

AOA 量测函数, $p(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j) = P_0 - 10\beta \lg \frac{d_j(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j)}{d_0}$ 表

示无噪声的 RSS 量测函数。从而, 联合的 RSS-AOA 量测模型也可写为:

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{g}(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j) + \mathbf{n}_j \quad (3)$$

其中, $\mathbf{z}_j = [z_j^a, z_j^r]^T$ 。由于 $\mathbf{v}_j$ 和 $\mathbf{n}_j$ 是相互独立的, 且均为独立同分布的零均值高斯随机变量, 则 $\mathbf{n}_j$ 也为独立同分布的零均值高斯随机变量。因此, 目标位置的 ML 估计可表示为:

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \arg \min_{\mathbf{x}_t} \sum_{j=1}^n \|\mathbf{z}_j - \mathbf{g}(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j)\|^2 \quad (4)$$

显然, 上述问题是非凸问题。

假设在 $\mathbf{x}_t$ 的周围确定了一个小的凸区域 (凸包), 即目标点落在该凸包内, 凸包顶点记为 $\mathbf{v}_i$ 。根据凸包的性质, $\mathbf{x}_t$ 可表示为这些顶点坐标的线性组合, 即目标位置可用虚拟点 $\mathbf{v}_i$ 的凸组合来表示。因此, 联合定位问题可以写为:

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \arg \min_{\mathbf{x}_t} \sum_{j=1}^n \left\| \mathbf{z}_j - \mathbf{g}\left(\sum_{k=1}^m w_k \mathbf{v}_k, \mathbf{x}_j\right) \right\|^2 \quad (5)$$

其中, w_k 为组合系数, 满足 $0 \leq w_k \leq 1$, $\sum_{k=1}^m w_k = 1$ 。

下面介绍一个数学定理。

定理 假设点集 $V(\rho) \triangleq \{\mathbf{v}_1(\rho), \mathbf{v}_2(\rho), \dots, \mathbf{v}_m(\rho)\}$ 构成一个凸包, 且当 $\rho \rightarrow 0$ 时, $\mathbf{v}_k(\rho) \rightarrow \mathbf{x}$, $k =$

$1, 2, \dots, m$ 。令 $r(\rho)$ 为包含 $V(\rho)$ 的边界球 $B(V(\rho))$ 的半径, $\mathbf{z}_\infty$ 为凸包外的一点, 则对于任意有限整数 $m \geq 2$ 和所有可能的点 $\mathbf{x}$, 有以下极限成立:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^m w_k \mathbf{g}(\mathbf{v}_k(\rho), \mathbf{z}_\infty) - \mathbf{g}\left(\sum_{k=1}^m w_k \mathbf{v}_k(\rho), \mathbf{z}_\infty\right)}{r(\rho)} = \vec{\mathbf{0}} \quad (6)$$

其中, $\sum_{k=1}^m w_k = 1$, $w_k \in [0, 1]$, $\vec{\mathbf{0}} = [0, 0]^T$, $\mathbf{g}(\cdot)$ 为

上述联合 RSS-AOA 的量测函数。

证明: 根据文献[13]中的定理, 对于 AOA 定位, 有以下极限公式成立:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^m w_k \theta(\mathbf{v}_k(\rho), \mathbf{z}_\infty) - \theta\left(\sum_{k=1}^m w_k \mathbf{v}_k(\rho), \mathbf{z}_\infty\right)}{r(\rho)} = 0 \quad (7)$$

其中, $\theta(\cdot)$ 为式 (2) 中的 AOA 量测函数。

对于式 (2) 中 RSS 量测函数 $p(\cdot)$, 采用数学归纳法, 可证明上述关系式也成立, 即:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^m w_k p(\mathbf{v}_k(\rho), \mathbf{z}_\infty) - p\left(\sum_{k=1}^m w_k \mathbf{v}_k(\rho), \mathbf{z}_\infty\right)}{r(\rho)} = 0 \quad (8)$$

首先, 考虑两点情况, 即 $m=2$, 可得:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \lambda p(\mathbf{v}_1(\rho), \mathbf{z}_\infty) + (1-\lambda) p(\mathbf{v}_2(\rho), \mathbf{z}_\infty) - p(\mathbf{v}(\rho), \mathbf{z}_\infty) = 0 \quad (9)$$

其中, $\mathbf{v}(\rho) = \lambda \mathbf{v}_1(\rho) + (1-\lambda) \mathbf{v}_2(\rho)$, $0 \leq \lambda \leq 1$,

$\lim_{\rho \rightarrow 0} r(\rho) = 0$, 则以下极限成立:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\lambda p(\mathbf{v}_1(\rho), \mathbf{z}_\infty) + (1-\lambda) p(\mathbf{v}_2(\rho), \mathbf{z}_\infty) - p(\mathbf{v}(\rho), \mathbf{z}_\infty)}{r(\rho)} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial}{\partial \rho} [\lambda p(\mathbf{v}_1(\rho), \mathbf{z}_\infty) + (1-\lambda) p(\mathbf{v}_2(\rho), \mathbf{z}_\infty) - p(\mathbf{v}(\rho), \mathbf{z}_\infty)]}{\partial r(\rho) / \partial \rho} = 0 \quad (10)$$

由此可知, 式 (8) 在两点情况下成立。对于多点情况, 假设 $m=t \geq 2$, 式 (8) 成立, 即:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^t \lambda_k p_{k,\infty}^{(\rho)} - p\left(\mathbf{z}_\infty, \sum_{k=1}^t \lambda_k \mathbf{v}_k(\rho)\right)}{r(\rho)} = 0 \quad (11)$$

对于 $m=t+1$, 构造 1 个新点 $\tilde{\mathbf{v}}_1 = \sum_{k=2}^{t+1} \lambda'_k \mathbf{v}_k(\rho)$,

其中, $\lambda'_k = \frac{\lambda_k}{1-\lambda_1} = \frac{\lambda_k}{\tilde{\lambda}_1}$ 。显然, $\sum_{k=2}^{t+1} \lambda'_k =$

$$\begin{aligned} & \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^{t+1} \lambda_k p_{k,\infty}^{(\rho)} - p\left(\mathbf{z}_\infty, \sum_{k=1}^{t+1} \lambda_k \mathbf{v}_k(\rho)\right)}{r(\rho)} = \\ & \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\lambda_1 p_{1,\infty}^{(\rho)} + \tilde{\lambda}_1 p(\mathbf{z}_\infty, \tilde{\mathbf{v}}_1) + \tilde{\lambda}_1 o[r(\rho)] - p\left(\mathbf{z}_\infty, \lambda_1 \mathbf{v}_1(\rho) + \sum_{k=2}^{t+1} \lambda_k \mathbf{v}_k(\rho)\right)}{r(\rho)} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $o[r(\rho)]$ 表示 $r(\rho)$ 的高阶无穷小。

因此, 式 (8) 对于所有有限的 m 都成立。结合式 (7) 和式 (8), 可得以下极限成立:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^m w_k \mathbf{g}(\mathbf{v}_k(\rho), \mathbf{z}_\infty) - \mathbf{g}\left(\sum_{k=1}^m w_k \mathbf{v}_k(\rho), \mathbf{z}_\infty\right)}{r(\rho)} = \vec{\mathbf{0}} \quad (14)$$

其中, $\theta(\cdot)$ 和 $p(\cdot)$ 对应的 w_k 相同。

证毕。

这表明, 如果使用的凸包足够小, 则有:

$$\mathbf{g}\left(\sum_{k=1}^m w_k \mathbf{v}_k, \mathbf{x}_j\right) \approx \sum_{k=1}^m w_k \mathbf{g}(\mathbf{v}_k, \mathbf{x}_j) \quad (15)$$

因此, 定位问题式 (5) 可进一步近似为:

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \arg \min_{w_k} \sum_{j=1}^n \left\| \mathbf{z}_j - w_k \mathbf{g}\left(\sum_{k=1}^m \mathbf{v}_k, \mathbf{x}_j\right) \right\|^2 \quad (16)$$

上述问题是凸问题, 在给定虚拟点 $\mathbf{v}_i$ 的情况下容易求解, 等价于:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_t = \arg \min_{w_k} & \sum_{j=1}^n \left(z_j^a - \sum_{k=1}^m w_k \theta(\mathbf{v}_k, \mathbf{x}_j) \right)^2 + \\ & \sum_{j=1}^n \left(z_j^r - \sum_{k=1}^m w_k p(\mathbf{v}_k, \mathbf{x}_j) \right)^2 \end{aligned} \quad (17)$$

$\frac{1}{1-\lambda_1} \sum_{k=2}^{t+1} \lambda_k = 1$ 。因此, 可得:

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=2}^{t+1} \lambda'_k p_{k,\infty}^{(\rho)} - p\left(\mathbf{z}_\infty, \sum_{k=2}^{t+1} \lambda'_k \mathbf{v}_k(\rho)\right)}{r'(\rho)} = 0 \quad (12)$$

其中, $r'(\rho)$ 表示由 $\mathbf{v}_2(\rho), \mathbf{v}_3(\rho), \dots, \mathbf{v}_{t+1}(\rho)$ 组成的凸包的最小半径, 与 $r(\rho)$ 为同阶无穷小。进一步可得:

将上述解对应的组合系数向量记为 $\hat{\mathbf{w}}$, 则目标位置估计可表示为:

$$\hat{\mathbf{x}}_t^h = \mathbf{V}_h \hat{\mathbf{w}} \quad (18)$$

其中, $\mathbf{V}_h$ 表示虚拟点坐标组成的矩阵。由此可以看出, 虚拟点仍然是联合定位凸组合方法的关键。下面介绍两种虚拟点的构造方法。

2 虚拟点构造方法

凸组合方法的关键在于得到虚拟点或凸包。在文献[13]的 AOA 定位中, 虚拟点由一些子区域相交生成, 每个子区域构造为:

$$z_j^a - \alpha \sigma_a \leq \theta(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j) \leq z_j^a + \alpha \sigma_a \quad (19)$$

目标节点以一定的概率落在每个子区域内, 概率大小取决于参数 α 。如前文所述, 当某些量测的噪声较大时, 不能保证所有子区域相交于一个共同区域。为此, 文献[13]通过丢弃部分测量数据, 得到了一个部分共同区域。然而, 这种方法在某些情况下会失效, 如当较多量测的噪声都较大时, 会导致不同组量测形成多个共同区域。此外, 尽管某些量测含有较大噪声, 但它们仍含有关于目标位置的信息, 在构造凸包时应该加以利用。



2.1 方法一

为了消除文献[13]方法的缺陷, 本文提出基于优化的凸包构造方法。首先, 将式(19)构造的每个子区域的两条边界线表示为 l_j^a 和 l_j^b , 锚点 j 量测构建的子区域如图1所示。

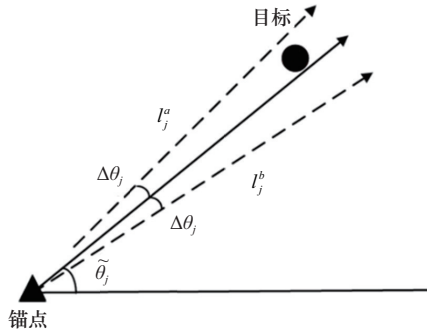


图1 锚点 j 量测构建的子区域

由于 $\theta(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_j) - z_j^a \sim N(0, \sigma_a^2)$, 则目标点落在 l_j^a 和 l_j^b 之间的概率服从以 α 为参数的高斯分布, 因此, 目标点最有可能落在由式(19)所确定的所有子区域相交的共同区域。如前文所述, 凸包应尽可能小, 为此, 构造以下优化问题:

$$\arg \min_{\mathbf{x}_t, \alpha_j, \Delta \theta_j} \Delta \theta_1 + \Delta \theta_2 + \cdots + \Delta \theta_N \quad (20)$$

$$\text{s.t. } \tilde{\theta}_j - \alpha_j \sigma_a \leq \arctan \left(\frac{y_t - y_j}{x_t - x_j} \right) \leq \tilde{\theta}_j + \alpha_j \sigma_a \quad (21)$$

$$\Delta \theta_j = \alpha_j \sigma_a \quad (22)$$

其中, $\tilde{\theta}_j = z_j^a$, 目标函数式(20)可使凸包尽可能小, 而约束条件式(21)可确保目标落在每个子区域内。

优化问题式(20)是非凸问题, 其解表示所有区域的交点, 记为 $\mathbf{x} = [x, y]^T$ 。显然, 该点落在各个 l_j^a 或 l_j^b 处, 且可近似为以下问题的解:

$$\arg \min_{\mathbf{x}_t, \alpha_j, \Delta \theta_j} \sin \Delta \theta_1 + \sin \Delta \theta_2 + \cdots + \sin \Delta \theta_N \quad (23)$$

$$\text{s.t. } \sin \Delta \theta_j = \frac{|k_j x_t - y_t + y_j - k_j x_j|}{\sqrt{1 + k_j^2} \sqrt{(x_t - x_j)^2 + (y_t - y_j)^2}} \quad (24)$$

其中, $k_j = \tan(z_j^a)$ 。需要注意的是, 当 $\Delta \theta_j$ 足够小时, 有 $\Delta \theta_j \approx \sin \Delta \theta_j$, 则目标函数近似为式(23)。

对于式(24), 则有 $\sin \Delta \theta_j = \frac{h_j}{d_j}$, 锚点 j 对应的三角函数计算如图2所示。

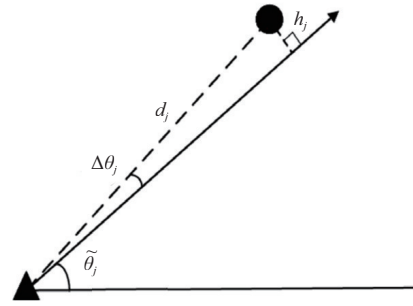


图2 锚点 j 对应的三角函数计算

从而, 问题式(23)可以松弛为以下SDP问题:

$$\arg \min_{\mathbf{x}_t, y, q_j, t_j} \sum_{j=1}^n t_j \quad (25)$$

$$\text{s.t. } q_j = y - 2(\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_t + (\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_j \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} t_j & \frac{k_j x_t - y_t + y_j - k_j x_j}{\sqrt{1 + k_j^2}} \\ \frac{k_j x_t - y_t + y_j - k_j x_j}{\sqrt{1 + k_j^2}} & q_j \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}_2 \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} y & \mathbf{x}_t^T \\ \mathbf{x}_t & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}_3 \quad (28)$$

其中, $\mathbf{0}_2$ 和 $\mathbf{0}_3$ 分别为 2×2 和 3×3 的零矩阵, 式(27)由式(24)松弛得到, 而式(28)由 $y = \mathbf{x}_t^T \mathbf{x}_t$ 松弛得到。

上述SDP问题容易求解, 解记为 $\mathbf{x}_p^a = [x_p^a, y_p^a]^T$ 。由于 $\mathbf{x}_p^a$ 是所有子区域的唯一交点, 显然, 目标将位于 $\mathbf{x}_p^a$ 周围的一个小区域内。因此, 以 $\mathbf{x}_p^a$ 为中心可扩展一个矩形凸包, 即用以下4个顶点构建凸包 $\mathcal{V}_1$, 包括 $\mathbf{v}_1^a = [x_p^a - \Delta, y_p^a + \Delta]^T$ 、 $\mathbf{v}_2^a = [x_p^a + \Delta, y_p^a + \Delta]^T$ 、 $\mathbf{v}_3^a = [x_p^a + \Delta, y_p^a - \Delta]^T$ 、 $\mathbf{v}_4^a = [x_p^a - \Delta, y_p^a - \Delta]^T$ 。其中, Δ 表征了凸包的大小。为了简化方法, 这里采用了正方形区域。因此, 使用AOA量测构造的虚拟点为 $\mathbf{v}_1^a$ 、 $\mathbf{v}_2^a$ 、 $\mathbf{v}_3^a$ 和 $\mathbf{v}_4^a$ 。

同样, 使用RSS量测也可以获得另一个区域

交点。首先, 根据式 (1) 的 RSS 模型, 通过对每个 RSS 进行量测可构建一个环形区域, 如下所示:

$$10^{\frac{P_0 - z_j^r - \alpha_j \sigma}{5\beta}} \leq (x_j - x_t)^2 + (y_j - y_t)^2 \leq 10^{\frac{P_0 - z_j^r + \alpha_j \sigma}{5\beta}} \quad (29)$$

其中, α_j 决定环的宽度 (表征目标节点落在环内的概率)。显然, 式 (29) 表示的区域也是非凸的。为了得到一个凸区域, 对式 (29) 关于 α_j 做一阶泰勒级数展开, 得到:

$$r_j^0 (1 - \kappa \alpha_j) \leq (x_t - x_j)^2 + (y_t - y_j)^2 \leq r_j^0 (1 + \kappa \alpha_j) \quad (30)$$

其中, $r_j^0 = 10^{\frac{P_0 - z_j^r}{5\beta}}$, $\kappa = \frac{\ln 10 \sigma}{5\beta}$ 。

求解以下问题, 可得到所有区域的交点:

$$\arg \min_{\mathbf{x}_t, z, \alpha_j} \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n \quad (31)$$

$$\text{s.t. } z - 2(\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_t + (\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_j \geq r_j^0 - r_j^0 \kappa \alpha_j \quad (32)$$

$$z - 2(\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_t + (\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_j \leq r_j^0 + r_j^0 \kappa \alpha_j \quad (33)$$

$$z \geq \mathbf{x}_t^T \mathbf{x}_t \quad (34)$$

其中, 目标函数式 (31) 可使交集尽可能小, 约束条件式 (32) 和式 (33) 确保目标点位于每个子区域内, 式 (34) 由 $z = \mathbf{x}_t^T \mathbf{x}_t$ 松弛得到。该问题是一个 QCQP 问题, 容易得到全局最优解。

将上述问题的解记为 $\mathbf{x}_p^r = [x_p^r, y_p^r]^T$ 。与 AOA 定位类似, 目标点应该位于 $\mathbf{x}_p^r$ 周围的小区域 $\mathcal{V}_2$ 内, 其顶点为: $\mathbf{v}_1 = [x_p^r - \Delta, y_p^r + \Delta]^T$, $\mathbf{v}_2 = [x_p^r + \Delta, y_p^r + \Delta]^T$, $\mathbf{v}_3 = [x_p^r + \Delta, y_p^r - \Delta]^T$, $\mathbf{v}_4 = [x_p^r - \Delta, y_p^r - \Delta]^T$ 。因此, 使用 RSS 和 AOA 量测构造凸包的一种直接方法是以 $\mathbf{x}_p^r$ 和 $\mathbf{x}_p^a$ 作为两个顶点生成一个矩形, 即虚拟点 $\mathbf{v}_1 = [\min\{x_p^a, x_p^r\}, \max\{y_p^a, y_p^r\}]^T$, $\mathbf{v}_2 = [\max\{x_p^a, x_p^r\}, \max\{y_p^a, y_p^r\}]^T$, $\mathbf{v}_3 = [\max\{x_p^a, x_p^r\}, \min\{y_p^a, y_p^r\}]^T$, $\mathbf{v}_4 = [\min\{x_p^a, x_p^r\}, \min\{y_p^a, y_p^r\}]^T$ 。构造凸包的方法一如图 3 所示。

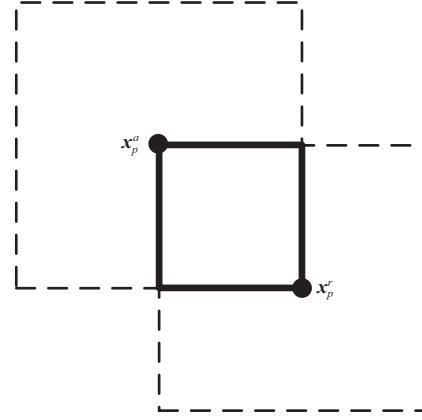


图3 构造凸包的方法一

2.2 方法二

若同时使用 AOA 量测和 RSS 测量, 也可获得一个区域交点, 即结合优化问题式 (25) 和式 (31), 可建立以下 SDP 问题:

$$\arg \min_{\mathbf{x}_t, y, \alpha_j, q_j, T_j} \lambda_1 \sum_{j=1}^n \alpha_j + \lambda_2 \sum_{j=1}^n t_j \quad (35)$$

$$\text{s.t. } z - 2(\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_t + (\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_j \geq r_j^0 - r_j^0 \kappa \alpha_j \quad (36)$$

$$z - 2(\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_t + (\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_j \leq r_j^0 + r_j^0 \kappa \alpha_j \quad (37)$$

$$q_j = y - 2(\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_t + (\mathbf{x}_j)^T \mathbf{x}_j \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} t_j & \frac{k_j x_t - y_t + y_j - k_j x_j}{\sqrt{1 + k_j^2}} \\ \frac{k_j x_t - y_t + y_j - k_j x_j}{\sqrt{1 + k_j^2}} & q_j \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}_2 \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} y & \mathbf{x}_t^T \\ \mathbf{x}_t & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \succeq \mathbf{0}_3 \quad (40)$$

其中, r_j^0 和 κ 的含义与前文一致, $\lambda_1 = 1/\sigma_r^2$ 、 $\lambda_2 = 1/\sigma_a^2$ 为加权系数。由此可以看出, 目标函数式 (35) 也可使交集区域尽可能小, 并且约束条件保证目标落在所有子区域中, 这些子区域由单个 AOA 或 RSS 量测生成。

求解 SDP 问题式 (35), 可以得到一个交点, 记为 $\mathbf{x}_p^h$, 进一步可生成以下虚拟点: $\mathbf{v}_1 = [x_p^h - \Delta, y_p^h + \Delta]^T$ 、 $\mathbf{v}_2 = [x_p^h + \Delta, y_p^h + \Delta]^T$ 、 $\mathbf{v}_3 = [x_p^h + \Delta, y_p^h - \Delta]^T$ 、 $\mathbf{v}_4 = [x_p^h - \Delta, y_p^h - \Delta]^T$ 。

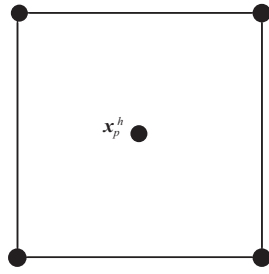


图4 构造凸包的方法二

最终，联合RSS-AOA定位问题可表示为以下问题：

$$\mathbf{w}^* = \arg \min_{\mathbf{w}} \|\mathbf{P} - \Phi \mathbf{w}\|^2 \quad (41)$$

$$\text{s.t. } \|\mathbf{w}\|_1 = 1, \mathbf{w} \geq \mathbf{0} \quad (42)$$

其中， $\mathbf{P} = [\mathbf{Z}^r; \mathbf{Z}^a]^T$ ， $\mathbf{Z}^r$ 为所有RSS量测构成的向量， $\mathbf{Z}^a$ 为所有AOA量测构成的向量， $\Phi = [\Phi_r; \Phi_a]^T$ ，

$$\text{其中， } \Phi_r = \begin{bmatrix} p(\mathbf{v}_1, \mathbf{x}_1) & p(\mathbf{v}_2, \mathbf{x}_1) & \cdots & p(\mathbf{v}_4, \mathbf{x}_1) \\ p(\mathbf{v}_1, \mathbf{x}_2) & p(\mathbf{v}_2, \mathbf{x}_2) & \cdots & p(\mathbf{v}_4, \mathbf{x}_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p(\mathbf{v}_1, \mathbf{x}_n) & p(\mathbf{v}_2, \mathbf{x}_n) & \cdots & p(\mathbf{v}_4, \mathbf{x}_n) \end{bmatrix},$$

$$\Phi_a = \begin{bmatrix} \theta(\mathbf{v}_1, \mathbf{x}_1) & \theta(\mathbf{v}_2, \mathbf{x}_1) & \cdots & \theta(\mathbf{v}_4, \mathbf{x}_1) \\ \theta(\mathbf{v}_1, \mathbf{x}_2) & \theta(\mathbf{v}_2, \mathbf{x}_2) & \cdots & \theta(\mathbf{v}_4, \mathbf{x}_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta(\mathbf{v}_1, \mathbf{x}_n) & \theta(\mathbf{v}_2, \mathbf{x}_n) & \cdots & \theta(\mathbf{v}_4, \mathbf{x}_n) \end{bmatrix}.$$

3 计算复杂度分析

本文所提方法的复杂度主要依赖于凸包构造过程中求解QCQP或SDP问题。考虑以下标准的QCQP问题：

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{y} \quad (43)$$

$$\text{s.t. } f_i(\mathbf{y}) = \mathbf{y}^T \mathbf{A}_i \mathbf{y} + \mathbf{b}_i^T \mathbf{y} + c_i \leq 0, i = 1, \dots, n$$

其中， $\mathbf{y}$ 为 m 维列向量， $\mathbf{A}_i$ 为 $m \times m$ 对称半正定矩阵，约束条件个数为 n 。其计算复杂度由计算步数和每步计算量决定。每步计算量可表示为 $O((m+n)m^2)$ ，迭代步数可表征为 $O(\sqrt{n})$ 。因此，求解QCQP问题的复杂度可表征为 $O(n^{0.5}(m+n)m^2)$ 。

对于以下标准的SDP问题：

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{y} \quad (44)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}(\mathbf{y}) \geq 0$$

其中， $\mathbf{A}(\mathbf{y}) = \mathbf{A}_0 + \sum_{i=1}^n y_i \mathbf{A}_i$ ， $\mathbf{y}, \mathbf{c} \in R^n$ 为 n 维列向量， $\mathbf{A}_0, \dots, \mathbf{A}_n \in R^{l \times l}$ 为 $l \times l$ 维的对阵矩阵，其计算复杂度也由计算步数和每步计算量决定。每步计算量可表示为 $O(n^2 l^2)$ ，其中 n 和 l 分别为SDP问题中优化变量个数和线性矩阵不等式的维数。若约束条件中包含 s 个线性矩阵不等式，则有 $l = \sum_{i=1}^s l_i$ ， l_i 为第 i 个线性矩阵不等式的维数，而迭代步数可表征为 $O(\sqrt{l})$ 。因此，求解标准SDP问题的复杂度可表征为 $O(n^2 l^{2.5})$ 。

本文的凸包构造方法一需要求解1个SDP问题和1个QCQP问题。对应的SDP问题式(25)的优化变量总数为 $2n+3$ ，线性矩阵不等式的维数为 $2n+3$ ，因此，求解该SDP问题的复杂度可表示为 $O((2n+3)^{4.5})$ 。QCQP问题式(25)的优化变量维数为 $n+3$ ，约束条件为 $2n$ 个，因此，求解该QCQP问题的复杂度可表示为 $O(\sqrt{2n}(3n+3)(n+3)^2)$ 。从而，总的复杂度可表示为 $O((2n+3)^{4.5} + \sqrt{2n}(3n+3)(n+3)^2)$ 。

本文的凸包构造方法二需要求解1个SDP问题。对应的SDP问题式(35)中的优化变量个数为 $3n+3$ ，线性矩阵不等式的维数为 $4n+3$ 。从而，复杂度可表示为 $O((3n+3)^2(4n+3)^{2.5})$ 。

4 仿真实验

将本文虚拟点构造方法一和方法二对应的凸组合定位方法分别记为CCRAL-1和CCRAL-2，并与文献[18]中的LLS估计方法以及文献[11]中的SDP方法进行比较，采用均方根误差(root mean square error, RMSE)评估定位精度，并使用克拉

美罗下界 (Cramer-Rao lower bound, CRLB) 作为参考。实验中, RSS 量测模型中的参考功率和路径损耗指数分别设置为 $P_0 = -40$ dB 和 $\beta = 3$ ^[20]。所有仿真结果均为 300 次蒙特卡洛实验的平均值。

实验分别考虑图 5 和图 6 所示的两种定位场景。在图 5 的锚节点随机定位场景中, 10 个锚节点随机分布在 $20\text{ m} \times 20\text{ m}$ 的区域内, 目标的真实位置为 $\mathbf{x}_t = [14, 10]^T$ 。在图 6 的锚节点均匀分布定位场景中, 16 个锚节点均匀分布在 $16\text{ m} \times 16\text{ m}$ 的区域内, 目标点的真实位置为 $\mathbf{x}_t = [0, 2]^T$ 。RSS 量测的噪声标准差从 0.5 dB 变化至 5 dB, AOA 测量的噪声标准差从 0.5×10^{-2} rad 变化至 5×10^{-2} rad, CCRAL-2 方法的凸包尺寸设置为 $\Delta = 0.4$ m。

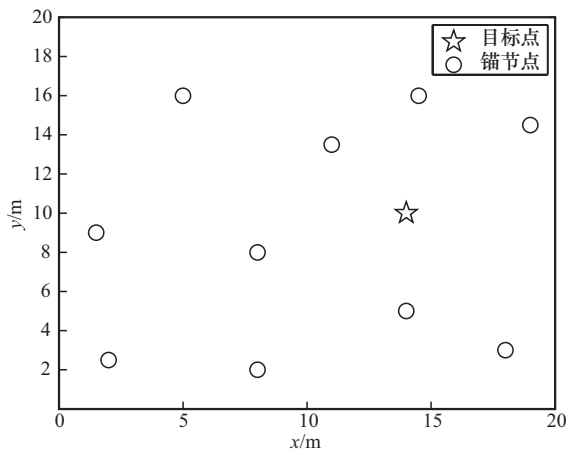


图5 锚节点随机定位场景

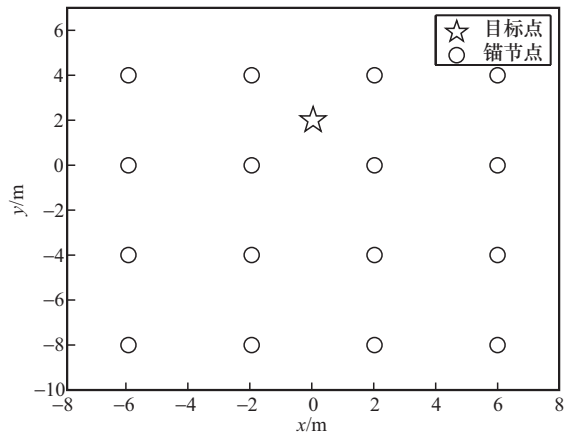


图6 锚节点均匀分布定位场景

随机场景和均匀场景下 RMSE 与噪声标准差的关系分别如图 7、图 8 所示。对比图 7 和图 8 可以看出, 两种不同场景下 CCRAL-1 和 CCRAL-2 具有相近的定位精度, 而且明显优于 LLS 估计方法。当噪声较小时, SDP 方法的性能接近本文所提方法。当噪声较大时, CCRAL-1 和 CCRAL-2 方法明显优于 SDP 方法。

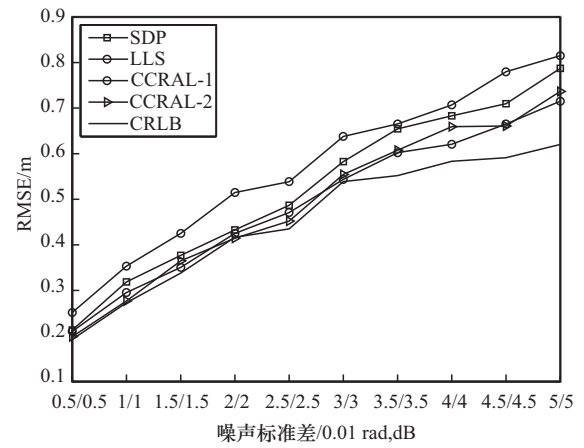


图7 随机场景下 RMSE 与噪声标准差的关系

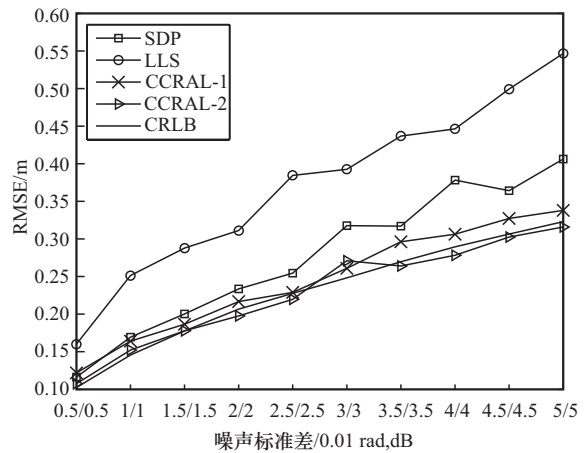


图8 均匀场景下 RMSE 与噪声标准差的关系

随机场景和均匀场景下 RMSE 与锚节点数量的关系分别如图 9、图 10 所示。图 9 和图 10 展示了锚节点数量对联合定位 RMSE 的影响, 可以看出, 随着锚节点数量的增加, 由于测量值增多, 各方法的定位精度都变得更高。在大多数情况下, 本文所提方法仍然比其他方法精度要高, 特



别是明显高于LLS估计方法。在随机场景下,当锚节点数量超过12时,CCRAL-2方法的精度比CCRAL-1方法更高,当数量达到17或18个时,其RMSE低于CRLB,而在均匀场景下,CCRAL-2方法的精度始终最高。

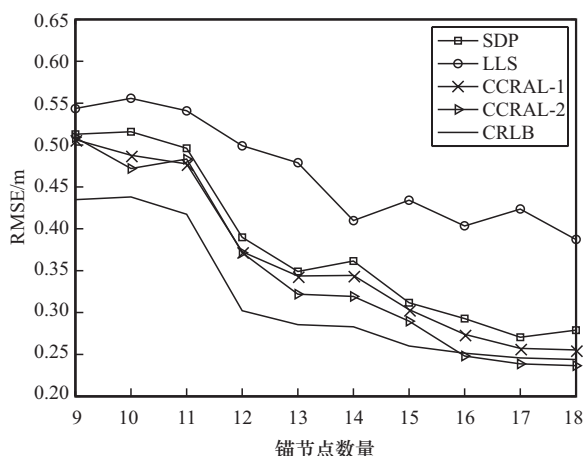


图9 随机场景下RMSE与锚节点数量的关系

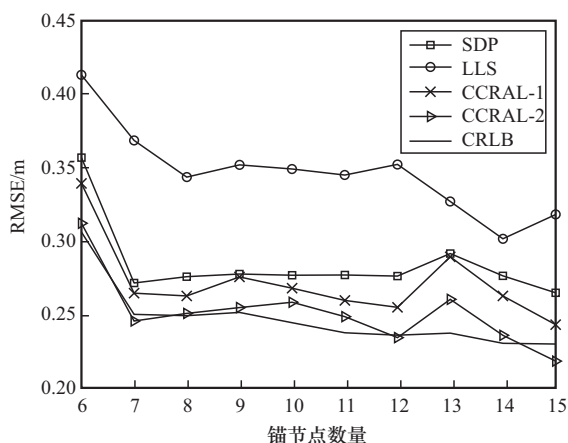


图10 均匀场景下RMSE与锚节点数量的关系

凸包大小对凸组合定位方法的性能有一定影响。CCRAL-1方法的凸包尺寸是不可调的,而CCRAL-2方法的凸包尺寸是可调的。CCRAL-2方法的RMSE与凸包大小的关系如图11所示,当尺寸小于2.4 m时,CCRAL-2方法的RMSE没有显著变化。当尺寸超过2.8 m时, RMSE迅速增加,这表明此时算法中涉及的近似误差占主导作用。

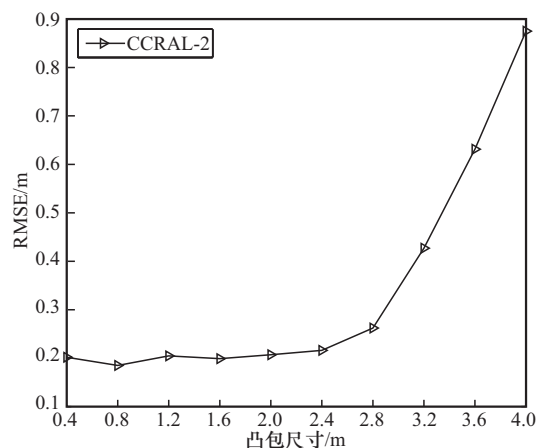


图11 CCRAL-2方法的RMSE与凸包大小的关系

如前文所述,联合RSS-AOA定位的ML估计问题是非凸的,虽然可以使用迭代方法求解,但合适的初始化必不可少,不合适的初始化会导致最终定位性能不佳。ML估计方法的RMSE与噪声水平的关系如图12所示,其中ML-CCRAL-1和ML-CCRAL-2分别表示用CCRAL-1和CCRAL-2进行初始化,可以看出,ML-CCRAL-1和ML-CCRAL-2基本重合,精度高于所提的原始方法。这表明,如果需要进一步提高定位性能,可使用本文方法得到初步定位结果,然后进一步初始化ML估计方法得到更高精度的定位结果。

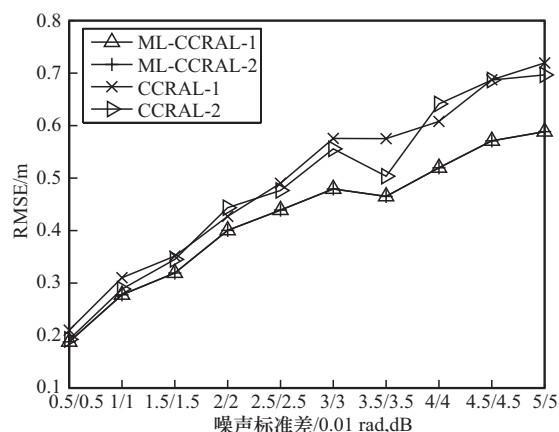


图12 ML估计方法的RMSE与噪声水平的关系

各方法的相对计算时间见表1。以文献[11]中的SDP方法作为参考,可以看出,LLS估计方法的计算时间远低于其他方法,但是其定位精度最

差。本文所提的 CCRAL-1 方法计算时间较长，这是因为该方法需要求解两个优化问题（1 个 SDP 问题和 1 个 QCQP 问题），而 CCRAL-2 方法计算时间明显低于 CCRAL-1 方法，相较文献[11]中的 SDP 方法，其计算时间略短。

表 1 各方法的相对计算时间

定位方法	相对运行时间
LLS	0.007 6
SDP	1.000 0
CCRAL-1	1.950 0
CCRAL-2	0.980 0

5 结束语

本文针对联合 RSS-AOA 定位分别提出一种新的凸组合方法，采用一些虚拟点位置的凸组合估计目标位置。首先，本文从理论层面说明了凸组合方法对于联合 RSS-AOA 定位的可行性，并基于 QCQP 和 SDP 提出了两种构造虚拟点的方法，保证了所有量测信息在定位中均得到充分利用。仿真实验表明，与现有的 LLS 估计和 SDP 方法相比，所提定位方法在大多数情况下具有更高的定位精度，特别是相对于 LLS 估计方法，本文方法精度最高可提升约 40%。凸包尺寸对凸组合定位结果有一定有影响。此外，如需要进一步提高定位精度，可将所提方法结果作为 ML 估计定位方法的初始化。

参考文献：

- [1] 李增科, 王潜心, 邵克凡, 等. 城市建筑室内外无缝应急救援定位技术[J]. 导航定位与授时, 2023, 10(1): 27-39, 2.
LI Z K, WANG Q X, SHAO K F, et al. Urban building indoor and outdoor seamless emergency rescue positioning technology[J]. Navigation Positioning and Timing, 2023, 10(1): 27-39, 2.
- [2] 李勇燕, 吴坚平. 基于 IPSO-MC 融合算法的无线传感器节点定位[J]. 电信科学, 2020, 36(3): 11-18.
LI Y Y, WU J P. Wireless sensor node localization based on IPSO-MC[J]. Telecommunications Science, 2020, 36(3): 11-18.
- [3] 黄璐, 蔚保国, 李宏生, 等. GNSS 拒止环境下的伪卫星指纹定位方法[J]. 电子学报, 2022, 50(4): 811-822.
HUANG L, YU B G, LI H S, et al. Pseudolite fingerprint positioning method under GNSS rejection environment[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(4): 811-822.
- [4] LIU Y, LI C G. Secure distributed estimation over wireless sensor networks under attacks[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2018, 54(4): 1815-1831.
- [5] OUYANG R W, WONG A K, LEA C T. Received signal strength-based wireless localization via semidefinite programming: noncooperative and cooperative schemes[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(3): 1307-1318.
- [6] 卢倩倩, 李有明, 常生明, 等. 基于到达时间的无线传感器网络协作定位算法[J]. 电信科学, 2019, 35(1): 62-66.
LU Q Q, LI Y M, CHANG S M, et al. Cooperative localization algorithm based on time-of arrival in wireless sensor network[J]. Telecommunications Science, 2019, 35(1): 62-66.
- [7] 林红梅, 李桦, 王涛, 等. 基于 TDOA 的改进室内定位算法[J]. 工矿自动化, 2023, 49(S1): 50-55.
LIN H M, LI B, WANG T, et al. Improved indoor location algorithm based on TDOA[J]. Industry and Mine Automation, 2023, 49(S1): 50-55.
- [8] 左燕, 刘雪娇, 彭冬亮. 距离相关噪声 AOA 协同定位下无人机路径优化方法[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(4): 1192-1198.
ZUO Y, LIU X J, PENG D L. UAV path planning for AOA-based source localization with distance-dependent noises[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(4): 1192-1198.
- [9] 杨青. 基于 RSSI 测距的凸半定规划节点定位算法[J]. 火力与指挥控制, 2022, 47(5): 98-102.
YANG Q. RSSI ranging-based convex semidefinite programming node localization algorithm[J]. Fire Control & Command Control, 2022, 47(5): 98-102.
- [10] CHANG S M, LI Y M, YANG X J, et al. A novel localization method based on RSS-AOA combined measurements by using polarized identity[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(4): 1463-1470.
- [11] WANG Q, DUAN Z S, LI X R. Source localization with AOA-only and hybrid RSS/AOA measurements via semidefinite programming[C]//Proceedings of the 2020 IEEE 23rd International Conference on Information Fusion (FUSION). Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-8.
- [12] PAGES-ZAMORAA, VIDAL J, BROOKS D H. Closed-form so-



- lution for positioning based on angle of arrival measurements[C]// Proceedings of the 13th IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications. Piscataway: IEEE Press, 2002: 1522-1526.
- [13] WANG C, QI F, SHI G M, et al. Convex combination based target localization with noisy angle of arrival measurements[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2014, 3(1): 14-17.
- [14] WANG Q, DUAN Z S, LI F. Semidefinite programming for wireless cooperative localization using biased RSS measurements[J]. IEEE Communications Letters, 2022, 26(6): 1278-1282.
- [15] LI Y Q, MUKHOPADHYAY B, ALOUINI M S. RSS-based cooperative localization and transmit power(s) estimation using mixed SDP-SOCP[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(12): 16936-16941.
- [16] 戎俊樵, 仇洪冰, 李燕龙. RSS 和 AOA 融合的单站低空无线电辐射源定位算法[J]. 计算机应用与软件, 2024, 41(8): 126-131, 174.
RONG J Q, QIU H B, LI Y L. Single-station low-altitude radio source location algorithm based on RSS and AOA integration[J]. Computer Applications and Software, 2024, 41(8): 126-131, 174.
- [17] 严长虹, 马静. 三维传感网空间 RSS 与 AOA 混合测量的精确定位方法[J]. 传感技术学报, 2017, 30(3): 450-455.
YAN C H, MA J. Precise positioning method with hybrid RSS and AOA measurements in 3-D WSN space[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2017, 30(3): 450-455.
- [18] DING W Z, CHANG S M, LI J. A novel weighted localization method in wireless sensor networks based on hybrid RSS/AOA measurements[J]. IEEE Access, 2021, 9: 150677-150685.
- [19] TOMIC S, BEKO M, DINIS R. 3-D target localization in wireless sensor networks using RSS and AOA measurements[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(4): 3197-3210.
- [20] PATWARI N, ASH J N, KYPEROUNTAS S, et al. Locating the nodes: cooperative localization in wireless sensor networks[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2005; 22(4): 54-69.

[作者简介]



王奇 (1988-), 男, 博士, 西安石油大学电子工程学院讲师、硕士生导师, 主要研究方向为无线信号定位、姿态测量等。



陈辉 (2001-), 男, 西安石油大学电子工程学院硕士生, 主要研究方向为无线传感器网络定位方法。



齐思佳 (2000-), 女, 西安石油大学电子工程学院硕士生, 主要研究方向为无线传感器网络定位方法。